

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Фізичний факультет

(назва факультету)

Кафедра теоретичної фізики

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Заступник декана/директора  
з навчальної роботи

«    »      2023 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
МЕТОДИ ОБЧИСЛЕНЬ**

(повна назва навчальної дисципліни)

**для студентів**

галузь знань 10. Природничі науки  
(шифр і назва)

спеціальність 104. Фізика та астрономія  
(шифр і назва спеціальності)

освітній рівень бакалавр  
(молодший бакалавр, бакалавр, магістр)

освітня програма Фізика  
(назва освітньої програми)

спеціалізація  
(за наявності) \_\_\_\_\_  
(назва спеціалізації)

вид дисципліни обов'язкова

Форма навчання

очна

Навчальний рік

2023/2024

Семестр

2

Кількість кредитів ECTS

4

Мова викладання, навчання  
та оцінювання

українська

Форма заключного контролю

залік

Викладачі: доц. Оглобля О.В., доц. Решетник В.М., доц. Голінка-Безшийко Л.О., доц. Грицай А.В., ас. Тарнавський О.С.

Пролонговано: на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «    »      20\_\_ р.  
(підпис, ПІБ, дата)

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «    »      20\_\_ р.  
(підпис, ПІБ, дата)

**КИЇВ – 2023**

Розробник: Оглобля Олександр Володимирович, доцент, к.ф.-м.н.

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ ( Романенко О.В. )  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Протокол № 2 від «8» вересня 2023 р.

Схвалено науково - методичною комісією факультету/інституту (педагогічною радою коледжу)

Протокол від « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 року № \_\_\_\_

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ )  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Голова педагогічної ради (для коледжів)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ року

**1. Мета дисципліни** – курс «Методи обчислень» має за мету надати важливі знання з розділів математики необхідних для оволодіння методами моделювання з використанням комп'ютерної техніки. Розглянуто методи розв'язку звичайних та диференціальних рівнянь, які є основним математичним засобом для формулювання більшості законів фізики, і вміння їх розв'язувати необхідне для вивчення майже всіх теоретичних дисциплін фізичного та математичного спрямування. Цей курс є важливими для вивчення теоретичної та експериментальної фізики розділу математики, яка є основою для використання обчислювальної техніки у природничих науках для розв'язку сучасних задач.

## **2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

- *Володіти основами математичного аналізу та лінійної алгебри. Зокрема, вміти виконувати основні операції інтегрування та диференціювання.*
- *Володіти основами мови програмування Python.*
- *Володіти елементарними методами розв'язування звичайних та трансцендентних рівнянь.*

## **3. Анотація навчальної дисципліни:**

Дисципліна «Методи обчислень» є обов'язковою навчальною дисципліною освітньої програми підготовки здобувачів освітнього ступеню бакалавр за спеціальністю “бакалавр фізики”. Програма курсу орієнтована на студентів, які вже знайомі з математичним аналізом, основами лінійної алгебри, та базовими методами програмування. Результати навчання полягають у знанні основних наближених методів розв'язування алгебраїчних та диференціальних рівнянь, дослідження на стійкість їх розв'язків, побудові наближень для функцій, та методів інтегрування. Також закладається фундамент для можливості самостійної розробки алгоритму для реалізації різних математичних моделей, з якими студент може зустрітись у своїй подальшій практичній діяльності. Методи викладання: лекції, консультації, практичні заняття. Методи оцінювання: опитування в процесі практичних занять, перевірка завдань. Підсумкова оцінка виставляється на основі проміжних оцінок (60%) та іспиту (40%).

## **4. Завдання (навчальні цілі):**

- напрацювання навичок алгоритмічного мислення, що закладає фундамент для вміння самостійно писати комп'ютерні програми і проводити складні обчислення;
- освоєння студентами чисельних методів розв'язку алгебраїчних та диференціальних рівнянь, чисельного диференціювання та інтегрування, шляхів розв'язку оптимізаційних задач а також диференціальних рівнянь в частинкових похідних;
- навчити реалізовувати чисельні алгоритми за допомоги мови Python та PARI/GP;

Згідно вимог проекту Стандарту вищої освіти України (перший (бакалаврський) рівень вищої освіти (сьомий рівень НРК України), галузь знань 10 «Природничі науки», спеціальність 104 «Фізика та астрономія», ОПП "Фізика", дисципліна забезпечує набуття здобувачами освіти наступних компетентностей:

*інтегральної:*

- Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та астрономії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

*загальних:*

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК1).
- Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій. (ЗК3)
- Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків. (ЗК9).

*фахових:*

- Знання і розуміння теоретичного та експериментального базису сучасної фізики та астрономії. (ФК1).
- Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів. (ФК2).
- Здатність оцінювати порядок величин у різних дослідженнях, так само як точності та значимості результатів. (ФК3).
- Здатність працювати із науковим обладнанням та вимірювальними приладами, обробляти та аналізувати результати досліджень. (ФК4).
- Здатність використовувати базові знання з фізики та астрономії для розуміння будови та поведінки природних і штучних об'єктів, законів існування та еволюції Всесвіту. (ФК7).
- Здатність виконувати теоретичні та експериментальні дослідження автономно та у складі наукової групи. (ФК8).
- Усвідомлення професійних етичних аспектів фізичних та астрономічних досліджень. (ФК12).
- Орієнтація на найвищі наукові стандарти – обізнаність щодо фундаментальних відкриттів та теорій, які суттєво вплинули на розвиток фізики, астрономії та інших природничих наук. (ФК13).
- Здатність здобувати додаткові компетентності через вибіркові складові освітньої програми, самоосвіту, неформальну та інформальну освіту. (ФК14).

## 5. Результати навчання за дисципліною:

<b>Результат навчання</b> (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		<b>Методи викладання і навчання</b>	<b>Методи оцінювання</b>	<b>Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни</b>
<b>Код</b>	<b>Результат навчання</b>			
1	1.1 Вступ. Представлення дійсних чисел в ПК. Точність в комп'ютерних розрахунках. Машинний епсілон. Обумовленість задачі та способу обчислення. Стійкість алгоритму. Вступ до системи обчислювальної математики Pari/GP.	Лекція, практичні заняття, самостійна робота	Модульні контрольні роботи, звіт по самостійній роботі, іспит	10
	1.2 Методи чисельного розв'язку рівнянь (метод поділу навпіл, хорд, дотичних, простих ітерацій).	Лекція, практичні заняття, самостійна робота	Модульні контрольні роботи, звіт по	10

			<i>самостійній роботі, іспит</i>	
	1.3 Методи чисельного розв'язку систем лінійних рівнянь (прямі та ітераційні методи)	Лекція, практичні заняття, самостійна робота	<i>Модульні контрольні роботи, звіт по самостійній роботі, іспит</i>	10
	1.4 Наближення функцій: інтерполяція (локальна кусково-постійна, кусково-лінійна, кусково-квадратична; глобальна ступеневим багаточленом, поліномом Лагранжа, Ньютона, Ерміта, Чебишева); апроксимація (метод найменших квадратів, апроксимація тригонометричними поліномами). Похибка інтерполяції та апроксимації.	Лекція, практичні заняття, самостійна робота	<i>Модульні контрольні роботи, звіт по самостійній роботі, іспит</i>	10
	1.5 Чисельне диференціювання. Чисельне інтегрування. квадратури Ньютона-Котеса, Ромберга, Гауссові квадратури (Гаусса —Чебишова та Гаусса — Лежандра).	Лекція, практичні заняття, самостійна робота	<i>Модульні контрольні роботи, звіт по самостійній роботі, іспит</i>	10
	1.6 Ортогональні поліноми та їх розрахунок. Пошук всіх коренів поліному n-того порядку.	Лекція, практичні заняття, самостійна робота	<i>Модульні контрольні роботи, звіт по самостійній роботі, іспит</i>	5
<b>2</b>	2.1 Методи розв'язання оптимізаційних задач.	Лекція, практичні заняття, самостійна робота	<i>Модульні контрольні роботи, звіт по самостійній роботі, іспит</i>	10
	2.2 Методи підсумовування числових рядів. Чисельний розрахунок значення нескінченного дробу.	Лекція, практичні заняття, самостійна робота	<i>Модульні контрольні роботи, звіт по самостійній роботі, іспит</i>	5
	2.3 Чисельні методи розв'язання диференційних рівнянь та їх систем (метод Ейлера, Рунге-Кутти, Адамса, Мілна). Автоматичний вибір кроку інтегрування та контроль за точністю обчислень.	Лекція, практичні заняття, самостійна робота	<i>Модульні контрольні роботи, звіт по самостійній роботі, іспит</i>	10
	2.4 Чисельне розв'язання систем диференційних рівнянь в часткових похідних (метод кінцевих різниць та кінцевих елементів).	Лекція, практичні заняття, самостійна робота	<i>Модульні контрольні роботи, звіт по самостійній роботі, іспит</i>	10

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	1	2
<b>Програмні результати навчання</b> ПРН4. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.	+	+
ПРН8. Мати базові навички самостійного навчання: вміти відшукувати потрібну інформацію в друкованих та електронних джерелах, аналізувати, систематизувати, розуміти, тлумачити та використовувати її для вирішення наукових і прикладних завдань.	+	+
ПРН10. Вміти планувати дослідження, обирати оптимальні методи та засоби досягнення мети дослідження, знаходити шляхи розв'язання наукових завдань та вдосконалення застосованих методів.	+	+
ПРН16. Мати навички роботи із сучасною обчислювальною технікою, вміти використовувати стандартні пакети прикладних програм і програмувати на рівні, достатньому для реалізації чисельних методів розв'язування фізичних задач, комп'ютерного моделювання фізичних та астрономічних явищ і процесів, виконання обчислювальних експериментів.	+	+

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1 Форми оцінювання студентів:

#### - семестрове оцінювання:

1. Модульна контрольна робота 1 РН 1.1- 1.6 (Розділ 1) – 30 балів/ 15 балів
2. Модульна контрольна робота 2 РН 2.1- 2.4 (Розділ 2) – 30 балів/ 15 балів
3. Оцінювання звітів по самостійній роботі РН 1.1-2.4 - 30 балів/ 15 балів
4. Проміжне тестування (розв'язання задач, усні доповіді, доповнення) РН1.1-2.4–10 балів/5 балів

#### - підсумкове оцінювання: у формі заліку

Підсумкова оцінка за залік виставляється як сума всіх форм семестрового оцінювання. Максимальна кількість балів, які можуть бути отримані студентом, становить 100 балів. Залік виставляється за умови здачі всіх звітів по самостійній роботі та написання всіх модульних контрольних робіт.

### 7.2 Організація оцінювання:

Модульні контрольні роботи 1 і 2 проводяться після завершення лекцій з розділів 1 і 2 відповідно. Оцінювання звітів по самостійній роботі та проміжне тестування проводиться упродовж курсу.

### 7.3 Шкала відповідності оцінок

<b>Зараховано / Passed</b>	60-100
<b>Не зараховано / Fail</b>	0-59

## 8. Структура навчальної дисципліни.

### Тематичний план лекцій та практичних занять

№ теми	назва лекції	кількість годин		
		лекції	практичні	с/р
1	Вступ. Представлення дійсних чисел в ПК. Точність в комп'ютерних розрахунках. Машинний епсілон. Обумовленість задачі та способу обчислення. Стійкість алгоритму. Вступ до системи обчислювальної математики Pari/GP.	2	1	2
2	Методи чисельного розв'язку рівнянь (метод поділу навпіл, хорд, дотичних, простих ітерацій).	2	3	5
3	Методи чисельного розв'язку систем лінійних рівнянь (прямі та ітераційні методи)	2	3	5
4	Наближення функцій: інтерполяція (локальна кусково-постійна, кусково-лінійна, кусково-квадратична; глобальна ступеневим багаточленом, поліномом Лагранжа, Ньютона, Ерміта, Чебишева); апроксимація (метод найменших квадратів, апроксимація тригонометричними поліномами). Похибка інтерполяції та апроксимації.	5	4	10
5	Чисельне диференціювання. Чисельне інтегрування. квадратури Ньютона-Котеса, Ромберга, Гауссові квадратури (Гаусса —Чебишова та Гаусса — Лежандра).	3	3	6
6	Ортогональні поліноми та їх розрахунок. Пошук всіх коренів поліному n-того порядку.	2	2	4
	<b>Модульна контрольна робота 1</b>			
7	Методи розв'язання оптимізаційних задач.	2	2	5
8	Методи підсумовування числових рядів. Чисельний розрахунок значення нескінченного дробу.	2	2	3
9	Чисельні методи розв'язання диференційних рівнянь та їх систем (метод Ейлера, Рунге-Кутти, Адамса, Мілна). Автоматичний вибір кроку інтегрування та контроль за точністю обчислень.	5	6	10
10	Чисельне розв'язання систем диференційних рівнянь в часткових похідних (метод кінцевих різниць та кінцевих елементів).	5	4	10
	<b>Модульна контрольна робота 2</b>			
Всього		30	30	60

Загальний обсяг 120 год.:

Лекцій – 30 год.

Практичні заняття – 30 год.

Самостійна робота – 60 год.



## 9. Рекомендовані джерела:

### Основні: (Базові)

1. Loustau J. Numerical Differential Equations : Theory and Technique Ode Methods Finite Differences Finite Elements and Collocation. New Jersey: World Scientific; 2016.
2. Iyengar SRK Jain RK. Numerical Methods. New Delhi: New Age International; 2009.
3. Altland A Delft Jvon. Mathematics for Physicists: Introductory Concepts and Methods. Cambridge: Cambridge University Press; 2019.
4. Кубрак А. І., Жученко А. І., Ситніков О. В. Числові методи. Алгоритми і програми: навч. посібник. – К.: Політехніка, 2012 – 388 с.
5. Rana M Xu W Guo Y. Fundamentals of Computational Methods for Engineers. Sharjah: Bentham Science; 2022.
6. Kythe PK. Introduction to Boundary Element Methods. CRC PRESS; 2020.
7. Математичні методи моделювання : навчальний посібник / О. П. Чорний, В. К. Титюк, Н. М. Істоміна та ін. ; заг. ред. О. П. Чорний. – Кременчук : ПП Щербатих О. В., 2016. – 232с.
8. Гудименко Ф.С., Диференціальні рівняння, Видиаництво КДУ ім. Т.Г Шевченка, Київ, 1958, 208с.
9. Das A. Computational Number Theory. Abingdon: CRC Press Imprint Taylor & Francis Group; 2013.
10. Чисельні методи інтегрування (для студентів факультету комп'ютерних наук та кібернетики, ОП "Інформатика"): Методичні розробки / Голубева К.М., Денисов С.В., Кашпур О.Ф., Ключин Д.А., Риженко А.І. – Київ: "Видавництво Людмила", 2019. – 55с.

### Додаткові:

11. Belabas K Cohen H. Numerical Algorithms for Number Theory : Using Pari/GP. Providence Rhode Island: American Mathematical Society; 2021.
12. Banjai L Sayas F-J. Integral Equation Methods for Evolutionary Pde : A Convolution Quadrature Approach. Cham: Springer; 2022.
13. Hattori H. Partial Differential Equations : Methods Applications and Theories. Second ed. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte; 2019.
14. Числові методи: конспект лекцій [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: О. В. Ситніков. – Електронні текстові дані. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 165с.
15. Henri Cohen, Advanced topics in computational number theory, Graduate Texts in Mathematics, vol. 193, Springer-Verlag, New York, 2000.
16. Henri Cohen, A course in computational algebraic number theory, Graduate Texts in Mathematics, vol. 138, Springer-Verlag, Berlin, 1993.
17. А. М. Самойленко, С. А. Кривошея, М. О. Перестюк. Диференціальні рівняння в прикладах і задачах. Київ, "Либідь", 2003, 395 с.
18. Henri Cohen, Number theory. Vol. I. Tools and Diophantine equations, Graduate Texts in Mathematics, vol. 239, Springer, New York, 2007.
19. Henri Cohen, Number theory. Vol. II. Analytic and modern tools, Graduate Texts in Mathematics, vol. 240, Springer, New York, 2007.

### Інтернет-ресурси:

1. Система обчислювальної математики Pari/GP <https://pari.math.u-bordeaux.fr/gp.html>
2. A Pari/GP Tutorial by Robert B. Ash, Jan. 2007  
<https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~panchish/pariCRY/tutorial>