

**Завдання Інтернет туру
Олімпіади з астрономії та астрофізики
20 лютого – 3 березня 2026 року**

1. Летить зоря (Решетник В.М.)

У спектрі зорі (координати $\alpha=7^h 45^m$, $\delta=+28^\circ 2'$) спектральна лінія $H\alpha$ (лабораторна довжина хвилі $\lambda_0=656.279$ нм) спостерігається на довжині хвилі $\lambda=656.286$ нм. Власний рух зорі $\mu_\alpha = -0.709''/\text{рік}$, $\mu_\delta = -0.046''/\text{рік}$. Паралакс зорі $\pi=0.097''$. Чи наближається ця зоря до Сонця? Яка величина просторової швидкості зорі?

2. Проблемні точки Лагранжа (Грицай А.В., Зазубик Д.В.)

Маємо систему тіл Юпітер – Сонце. У цій задачі пропонується розглянути кут, під яким видно точки Лагранжа L_4 , L_5 цієї системи із колової навколосонячної орбіти з великою піввіссю a . Знайдіть, у яких точках орбіти цей кут мінімальний та максимальний. Розгляньте випадки $a > 5.2$ а.о. та $a < 5.2$ а.о. Усі твердження доводьте строго.

3. Ігри з Сатурном (Шевчук О.Г.)

Видимий блиск Сатурна змінюється в межах від $(-0.55)^m$ до $+1.17^m$. Яким повинен бути максимальний ексцентриситет орбіти Сатурна для того, щоб вздовж всієї його орбіти планету ще можна було б побачити неозброєним оком, якщо її перигелійна відстань та параметри орбіти Землі залишаться незмінними? Яким буде сидеричний період обертання Сатурна на новій орбіті? Поточний ексцентриситет орбіти Сатурна – 0.0557, велика піввісь орбіти 9.583 а. о.; ексцентриситет орбіти Землі – 0.0167. Вважати, що проникна здатність неозброєного ока дорівнює $+6.50^m$. 1 а. о. = 149.6 млн км.

4. Чорна ненажера (Зазубик Д.В.)

Розглянемо сферичну газову хмару масою M і радіусом R , яка знаходиться на відстані d від надмасивної чорної діри масою M_{BH} : $M \ll M_{BH}$, $R \ll d$. Вважайте, що хмара складається з ізотермічного газу з температурою T і середньою молярною масою μ . Хмара обертається по коловій орбіті навколо чорної діри.

У класичному випадку без урахування впливу чорної діри хмара колапсує, якщо її маса перевищує масу Джинса M_J (ну що, згадали минулу Інтернет-олімпіаду? 🤖). Але тут потрібно урахувати ще припливні сили, які виникають внаслідок гравітаційної взаємодії з чорною дірою. Так, у цій задачі Вам пропонується розглянути колапс хмари під дією власної гравітації, тиску газу та припливних сил від чорної діри.

Введемо таку систему координат: початок координат вибрано у центрі мас хмари. Система координат обертається разом з хмарою навколо ЧД. Вісь z напрямлена вздовж вектора кутової швидкості обертання, вісь x по радіус-вектору до хмари з ЧД (додатній напрямок збігається з напрямком від ЧД), вісь y доповнює трійку векторів до правої. Таким чином, ми

переходимо у неінерціальну систему відліку. У наступних пунктах вважайте, що потенціал у центрі хмари 0, і у поданій системі відліку хмара не обертається.

А) Запишіть вираз для потенціалу гравітаційного поля ЧД та відцентрової сили у цій системі координат. Отримавши вираз, знайдіть формулу для потенціалу при $x, y, z \ll d$. Отримана формула має виглядати таким чином: $\varphi = Ax^2 + Bz^2 + Cy^2$. Вам необхідно знайти коефіцієнти A, B і C .

Б) Використовуючи теорему віріалу, знайдіть умову «гравітаційної зв'язаності» хмари. Не забувайте, що хмара має температуру T . Вважайте, що кількість ступенів вільності – 3. У цьому і наступних пунктах вважайте хмару однорідною.

В) Доведіть, що умова гравітаційного колапсу (порушення рівноваги) за наявності припливного поля набуває вигляду (ρ – густина хмари):

$$\rho > \rho_{crit} = a \cdot \frac{M_{BH}}{d^3} + b \cdot \frac{c_s^2}{G \cdot R^2}$$

Знайдіть коефіцієнти a і b . $c_s^2 = k_B T / \mu m_p$ – швидкість звуку в газі.

Г) Оцінюючи максимально можливий розмір хмари як такий, при якому хмара заповнює сферу Гілла, знайдіть максимальну масу хмари, при якій вона ще може не колапсувати. Також, знайдіть таку максимальну масу при $R = \alpha R_{Hill}$.

5. Розглянемо галактику (Гілей Д.Ю.)

Маємо телескоп з ефективним діаметром об'єктива $D = 30$ см та приймачем із квантовою ефективністю $\eta = 0.75$. Із його допомогою спостерігаємо спіральну галактику та намагаємось зареєструвати її на фоні неба з поверхневою яскравістю $\mu_{sky} = 21^m / \text{m}^2$.

Вважайте, що від джерела з зоряною величиною $m = 0^m$ густина потоку $F = 10000$ фотонів / $(\text{nm} \cdot \text{s} \cdot \text{cm}^2)$, а ширина смуги $\Delta\lambda = 300$ нм (спектральна густина потоку в межах смуги стала). Тілесний кут, під яким видно галактику $\Omega = 1'^2$, що якраз відповідає полю зору (щоб уникнути врахування бокових джерел шуму).

Час накопичення сигналу $\tau = 0.2$ секунди.

А) Оцініть, якою має бути поверхнева концентрація зір в галактиці (вважайте галактичну площину перпендикулярною до променя зору). Припустіть, що всі зорі галактики подібні Сонцю.

Примітка.

Вважайте, що для виявлення потрібно $SNR \geq 5$, де

$$SNR = \frac{N_{signal}}{\sqrt{N_{noise} + N_{signal}}}$$

Тут N_{signal} – кількість зареєстрованих фотонів від галактики за час τ ,

а N_{noise} – кількість зареєстрованих фотонів від фону неба за той самий час τ .

Вважайте, що повна товщина диска галактики $h = 300$ пк, а дисперсії швидкостей за трьома координатами:

$$\sigma_r = 35 \frac{\text{км}}{\text{с}},$$

$$\sigma_\varphi = 25 \frac{\text{км}}{\text{с}},$$

$$\sigma_z = 20 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Переріз взаємодії двох зір $\sigma = 5.5 \cdot 10^{-13} \text{ пк}^2$.

Оцініть:

Б) Середній час між зіткненнями зір.

В) Час релаксації для цієї системи.

Для часу релаксації використайте оцінку:

$$t_{relax} = \frac{0.1 N}{\ln N} t_{cross}$$

де N – кількість зір у системі, а t_{cross} – час, за який зоря в середньому проходить відстань, рівну радіусу галактики.

Радіус галактики $R = 30 \text{ кпк}$.

Правила оформлення розв'язків.

Файл з розв'язками має обов'язково містити:

- *Ваші прізвище, ім'я та по-батькові,*
- *дату Вашого народження,*
- *факультет та курс (для студентів) чи клас (для школярів),*
- *повну назву та адресу навчального закладу, в якому Ви навчаєтесь,*
- *телефон, за яким із Вами можна зв'язатись.*

*Кожен розв'язок задачі має бути пронумерований відповідно до номеру умови.
Рекомендується розв'язки розміщувати в тому ж порядку в якому були надані завдання.*

Файл з розв'язками вислати за адресою: vmr@univ.kiev.ua

*За більш детальною інформацією звертайтеся за адресою
<https://space.knu.ua/internet-olimpiada-vseukrayinska-ol/>*