

Завдання Всеукраїнської Олімпіади з астрономії та астрофізики
Короткий теоретичний тур

14 квітня 2026 року

1. Космічне запылення (Зазубик Д.)

Бетельгейзе (Alpha Orionis, α Ori) – червоний надгігант з середнім радіусом близько $700 R_{\odot}$ і масою близько $17 M_{\odot}$ та температурою 3600 К. Її видима зоряна величина може змінюватися на 1.6^m , середня у фільтрі V: $m_V \approx 0.5^m$, а абсолютна зоряна величина у фільтрі V: $V \approx -5.9^m$. Оцініть, яка маса пилинок може потрапити на Землю, якщо загальна маса пилу, що має викинутися при вибуху цієї зорі як наднової, близька до $2M_{\odot}$.

Розв'язок

Маючи видиму та абсолютну зоряну величину у фільтрі V, знайдемо відстань до зорі:

$$V = m_V + 5 - 5 \lg(r) \Rightarrow r = 10^{0.2(m_V - V + 5)} = 190 \text{ пк}$$

Загальну масу пилу за увесь час, вважаючи, що розліт пилу однаковий у всіх напрямках, знаходимо з:

$$\frac{2M_{\odot}}{4\pi r^2} \pi R_{\oplus}^2 \approx m = \frac{M_{\odot} R_{\oplus}^2}{2r^2} \approx \frac{2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot (6371 \text{ км})^2}{2 \cdot (190 \cdot 206265 \cdot 1.5 \cdot 10^8 \text{ км})^2} \approx 10^6 \text{ кг}$$

2. Яскравий квазар (Зазубик Д.)

Світність найяскравіших квазарів досягає $L \approx 10^{13} L_{\odot}$. Оцініть мінімально можливу масу надмасивної чорної діри в центрі такого квазара. Відомо, що для Сонця гранична світність, яка відповідає межі Еддінгтона, становить близько $3 \cdot 10^4 L_{\odot}$.

Розв'язок

Маса обмежується межею Еддінгтона – рівністю сили гравітаційної взаємодії та сили тиску випромінювання.

Сила тиску випромінювання визначається імпульсом, переданим за одиницю часу внаслідок розсіювання фотонів на електронах:

$$F = \frac{dp}{dt} \approx \int \frac{h}{\lambda} \frac{dn}{dt} d\lambda = \frac{1}{c} \int \frac{hc}{\lambda} \frac{dn}{dt} d\lambda = \left| \frac{dn}{dt} = \frac{dN}{dt} \cdot \frac{\sigma}{4\pi r^2} \right| = \left| L = \int \frac{hc}{\lambda} \frac{dN}{dt} d\lambda \right| = \frac{1}{c} L \frac{\sigma}{4\pi r^2}$$

$\frac{dn}{dt}$ – кількість частинок, що падає на одиницю площі за одиницю часу, $\frac{dN}{dt}$ – кількість частинок, що випромінюється з одиниці площі за одиницю часу, σ – Томсонівський переріз електрона, r – відстань від тіла, що випромінює, до тіла, на яке діє тиск випромінювання.

Маса атома близька до маси протона (якщо розглядаємо гідроген, якого переважна більшість), тому межа Еддінгтона визначається рівністю:

$$\frac{1}{c} \frac{L \sigma}{4\pi r^2} = \frac{GMmp}{r^2} \Rightarrow M = \frac{L \sigma}{4\pi c m_p G}$$

Бачимо, що $M \propto L$, тому скористаємося відношенням з відомих нам даних:

$$\frac{L}{M} = \frac{3 \cdot 10^4 L_{\odot}}{M_{\odot}} \Rightarrow M = M_{\odot} \cdot \frac{10^{13} L_{\odot}}{3 \cdot 10^4 L_{\odot}} \approx 3 \cdot 10^8 M_{\odot}$$

3. Київські зорі (Зазубик Д.)

Спостерігач знаходиться на широті Києва $\varphi = +50^\circ$. Він помітив, що деяка зоря кульмінує точно в зеніті. Якою буде висота цієї самої зорі в момент нижньої кульмінації? Чи можна побачити цю зорю на півострові Київ, координати якого $65^\circ 15'$ пд. ш. $63^\circ 41'$ зх. д.

Розв'язок

$$\begin{aligned} h_g &= 90^\circ - |\varphi - \delta| = 90^\circ \Rightarrow \varphi = \delta = 50^\circ \\ h_n &= \varphi + \delta - 90^\circ = 50^\circ + 50^\circ - 90^\circ = 10^\circ \\ h_{\text{пів.в}} &= 90^\circ - (50^\circ + 65^\circ 15') = -25.25^\circ < 0 \end{aligned}$$

Навіть у верхній кульмінації зоря на півострові Київ нижче горизонту, тому побачити не можливо.

4. Sungrazing (Зазубик Д.)

Оцініть, який процес швидше приводить до розвалу тіл при наближенні до Сонця: нагрівання чи розрив у гравітаційному полі Сонця? Для оцінки використовуйте такі параметри: густина $\rho = 0.6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, альбедо близьке до 0, необхідна температура для плавлення тугоплавких речовин $T \approx 1500 \text{ K}$.

Розв'язок

Оцінимо, яка відстань необхідна для плавлення:

$$\sigma T^4 4\pi R^2 = \pi R^2 \frac{L_\odot}{4\pi r^2} \Rightarrow r^2 \approx \frac{L_\odot}{16\pi\sigma T^4} \Rightarrow r = \frac{1}{4T^2} \sqrt{\frac{L_\odot}{\pi\sigma}} = 0.03 \text{ a. o.}$$

Межу розриву оцінимо з межі Роша:

$$\Delta a = \frac{GM_\odot}{(r-R)^2} - \frac{GM_\odot}{r^2} \approx \frac{2GM_\odot R}{r^3} = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow r = R \sqrt[3]{\frac{2M_\odot}{M}} = \sqrt[3]{\frac{2M_\odot}{\frac{M}{\frac{4\pi R^3}{3}}}} \cdot \frac{3}{4\pi} = \sqrt[3]{\frac{3}{2\pi} \frac{M_\odot}{\rho}} \approx 0.008 \text{ a. o.}$$

Необхідна відстань для руйнування менша, отже, ймовірно спочатку досягнеться висока температура.

5. Зачаровані Сонцем (Зазубик Д.)

Знайдіть, який мінімальний радіус повинна мати ідеально поглинаюча сферична пилинка густиною $\rho = 3000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, щоб не вилетіти за межі Сонячної системи.

Розв'язок

На пилінку у першому наближенні діють дві сили: радіаційного тиску та гравітаційної взаємодії.

$$F_{\text{rad}} = \frac{1}{c} L \frac{A}{4\pi r^2} = \frac{1}{c} \frac{L\pi R^2}{4\pi r^2} = \frac{L}{4c} \frac{R^2}{r^2}$$
$$F_{\text{grav}} = \frac{GM_\odot m}{r^2} = \frac{GM_\odot \rho \frac{4}{3}\pi R^3}{r^2}$$

Рівнодійна сила:

$$F = F_{\text{grav}} - F_{\text{rad}} = \frac{GM_\odot}{r^2} m \left(1 - \frac{LR^2}{4c \cdot GM_\odot \rho \frac{4}{3}\pi R^3} \right) = \frac{GM_\odot}{r^2} m \left(1 - \frac{3L}{16cGM_\odot \pi \rho R} \right)$$

Повна енергія такої частинки на орбіті повинна бути меншою 0:

$$E = \underbrace{E_{\text{кін}}}_{\geq 0} + \underbrace{E_{\text{пот}}}_{< 0} < 0$$

Оскільки кінетична енергія завжди більша або рівна 0, то потенціальна повинна бути від'ємна (з урахуванням сили радіаційного тиску), тому

$$1 - \frac{3L}{16cGM_\odot \pi \rho R} > 0 \Rightarrow R > \frac{3L}{16cGM_\odot \pi \rho}$$
$$R_{\text{min}} = \frac{3L}{16cGM_\odot \pi \rho} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

6. Рушаймо на Місяць (Зазубик Д.)

Скільки часу тривала б подорож із Землі на Місяць, якби вона відбувалася по гоманівській орбіті? Впливом Сонця та інших планет Сонячної системи (окрім Землі) знехтуйте.

Розв'язок

Якщо стартова точка знаходиться на відстані $R_E + r_{cm}$ від центру мас системи, а кінцева на відстані $\approx r - r_{cm}$, тут r_{cm} – відстань від Землі до центру мас системи Земля-Місяць, $r_{cm} = \frac{rM_m}{M_E + M_m} \approx \frac{r}{82} \ll r$, тоді велика піввісь орбіти $a \approx \frac{R_E + r_{cm} + r - r_{cm}}{2} \approx \frac{r}{2}$

З III закону Кеплера у порівнянні з рухом Місяця:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_m^2}{r^3}$$
$$T = T_m \left(\frac{a}{r}\right)^{3/2} \approx T_m \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3/2}$$
$$t = \frac{T}{2} = \frac{T_m}{2^{5/2}} = \frac{27.3 \text{ д}}{2^{5/2}} \approx 4.8 \text{ д}$$

7. Боллометрична поправка (Грицай А.)

До найяскравіших зір сузір'я Великого Пса належать δ (Везен) та η (Алудра). Для першої з названих зір видима зоряна величина становить $m_V = +1.82^m$, відстань 490 пк, світність $3.5 \cdot 10^4$ сонячних.

Для другої маємо, відповідно, $m_V = +2.43^m$, відстань 600 пк, світність $1.6 \cdot 10^5$ сонячних.

Виходячи з наведених даних, знайдіть боллометричну поправку в обох випадках.

Яка із зір більш раннього спектрального класу, а яка – більш пізнього?

Міжзоряним поглинанням світла знехтуйте.

Розв'язок

Світність можемо пов'язати з абсолютною боллометричною зоряною величиною:

$$\frac{L}{L_\odot} = 10^{\frac{2}{5}(M_{bol\odot} - M_{bol})},$$

порівнюємо Сонце й одну із зір. Отже,

$$M_{bol} = M_{bol\odot} - 2.5 \lg \frac{L}{L_\odot}.$$

У свою чергу, для наведених видимих зоряних величин у смузі V:

$$M_V = m_V - 5 \lg d (\text{пк}) + 5.$$

Боллометрична поправка (bolometric correction) становить

$$BC = M_{bol} - M. \quad (1 \text{ бал} - \text{формули})$$

Обчислення для δ СМа дають:

$$M_{bol} = 4.74 - 2.5 \lg (3.5 \cdot 10^4) = -6.62^m;$$

$$M_V = 1.82 - 5 \lg 490 + 5 = -6.63^m;$$

$$BC = M_{bol} - M_V = 0.01^m.$$

Натомість, для η СМа:

$$M_{bol} = 4.74 - 2.5 \lg (1.6 \cdot 10^5) = -8.27^m;$$

$$M_V = 2.43 - 5 \lg 600 + 5 = -6.46^m;$$

$$BC = M_{bol} - M_V = -1.81^m. \quad (0.5 \text{ бала} - \text{розрахунок})$$

Така значна від'ємна боллометрична поправка може виникнути через надлишок як ультрафіолетового (спектральний клас В), так і інфрачервоного (клас М) випромінювання. Тому на основі поданої інформації немає підстав стверджувати, спектральний клас якої зорі більш ранній. *Якщо автор розв'язку відкине варіант із низькою температурою на основі знань про конкретну зорю, такий варіант теж розглядаємо як правильний.* (0.5 бала – висновок)

8. Відстань у перигелії (Грицай А.)

Період обертання астероїда Іфігенія, записаний у системі числення з основою 16, становить 3.СС земних років, а ексцентриситет орбіти в тій же системі 0.20С. На яку мінімальну відстань (у десятковій системі) наближається астероїд до Сонця?

Цифри шістнадцяткової системи вводяться як 0, 1, ..., 9, А, В, ... F.

Розв'язок

Переведемо період обертання Іфігенії навколо Сонця в десяткову систему:

$$T = 3 + \frac{12}{16} + \frac{12}{256} \approx 3.80 \text{ р.}$$

Для ексцентриситету в десятковій системі:

$$e = \frac{2}{16} + \frac{12}{4096} \approx 0.128. \text{ (0.5 бала - переведення)}$$

Знаходимо велику піввісь – при використанні земних років і астрономічних одиниць:

$$a = T^{2/3} \approx 2.44 \text{ а.о. (0.5 бала - формула)}$$

Перигелійна відстань складає

$$q = a(1 - e) = 2.44 \text{ а.о.} \cdot (1 - 0.128) = 2.13 \text{ а.о. (1 бал – формула і правильний чисельний результат)}$$

9. Зарядимось Сонцем (Решетник В.М.)

Космічний апарат на низькій навколоземній орбіті має сонячну панель площею 2 м^2 . Потік сонячної енергії біля Землі – 1360 Вт/м^2 . Якщо ККД панелі становить 25%, яку електричну потужність вона виробляє? Якщо всю цю енергію подано на електричний реактивний двигун, на скільки можна підняти початкову орбіту космічного апарата з висотою 500 км впродовж доби безперервної роботи? Вважати, що маса робочого тіла, використана впродовж цього періоду, значно менша маси самого апарата, яка рівна 500 кг.

Розв'язок

Потік енергії на сонячну батарею: $P_{\text{in}} = I \cdot S = 1360 \cdot 2 = 2720 \text{ Вт}$

Потужність, що генерується $P_E = \eta \cdot P_{\text{in}} = 0.25 \cdot 2720 = 680 \text{ Вт}$

Кількість енергії, що виробиться за добу: $E = P_E \cdot t = 680 \cdot (24 \cdot 3600) = 5.88 \cdot 10^7 \text{ Дж}$

Початковий радіус орбіти: $a_1 = R_{\oplus} + h = 6.371 \cdot 10^6 + 5.0 \cdot 10^5 = 6.871 \cdot 10^6 \text{ м}$

Початкова енергія КА на орбіті: $E_1 = -GmM_{\oplus}/(2a_1)$.

Після підйому вона стане рівною: $E_2 = E_1 + E = -GmM_{\oplus}/(2a_2)$, звідки знайдемо радіус a_2 , і висота $h_2 = a_2 - R_{\oplus} = 528 \text{ км}$. Отже орбіта підійметься близько 30 км.

10. Кометна сублімація (Решетник В.)

Комета має ядро радіусом 1 км. При наближенні до Сонця швидкість втрати маси через сублімацію води оцінюється як 1 г/с з кожного квадратного метра поверхні. Оцініть, яку масу комета втратить за одну добу. На скільки зменшаться розміри ядра за рахунок сублімації впродовж однієї доби, якщо його густина 0.5 г/см^3 ?

Розв'язок

Площа ядра комети $S = 4\pi R^2 = 1.26 \cdot 10^7 \text{ м}^2$.

Газопродуктивність в цілому буде складати: $S \cdot m = 1.26 \cdot 10^4 \text{ кг/с}$.

За добу кометне ядро втратить $1.09 \cdot 10^9 \text{ кг}$.

Можна знайти повну початкову масу кометного ядра, потім відняти втрати за добу, та оцінити новий радіус, він буде на 17 см менше.

Фізичні та астрономічні константи

Назва константи	Значення	Назва константи	Значення
Швидкість світла у вакуумі	$c = 299\,792\,458 \frac{\text{м}}{\text{с}}$	Відстань до центру Галактики	$r = 8 \text{ кпк}$
Стала Планка	$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$	Велика піввісь орбіти Юпітера	$a_{\text{Ю}} = 5.2 \text{ а. о.}$
Гравітаційна стала	$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$	Маса Юпітера	$M_{\text{Юпітера}} = 318 M_{\text{землі}}$
Стала Габбла	$H = 70 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$	Маса протона	$m_p = 1.67262 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ K}^4}$	Маса електрона	$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Стала Віна	$b = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ К} \cdot \text{м}$	Елементарний заряд	$e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Світність Сонця	$L_{\odot} = 3.83 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$	Магнітна стала	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2}$
Маса Сонця	$M_{\odot} = 1.99 \cdot 10^{30} \text{ кг}$	Електрична стала	$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$
Радіус Сонця	$R_{\odot} = 6.96 \cdot 10^8 \text{ м}$	Маса Місяця	$M_{\text{Місяця}} = 7.35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Видима зоряна величина Сонця	-26.74^{m}	Велика піввісь орбіти Місяця	$384\,400 \text{ км}$
Абсолютна зоряна величина Сонця (болометрична)	4.74^{m}	Сидеричний період обертання Місяця	27.32 д
Болометрична поправка для Сонця	-0.09^{m}	Маса ядра ^{57}Fe	56.9354 а.о.м.
Маса Землі	$M_{\text{землі}} = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ кг}$	1 а.о.м.	$1.66054 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Радіус Землі	$R_{\text{землі}} = 6371 \text{ км}$	Томсонівський переріз розсіювання на електроні	$\sigma_e = 6.6525 \cdot 10^{-29} \text{ м}^2$