

**Завдання Всеукраїнської Олімпіади
з астрономії та астрофізики
Теоретичний тур
15 квітня 2026 року**

1. Гальмуй (Решетник В.)

Малий супутник масою 100 кг рухається по коловій орбіті на висоті 200 км. Середня густина атмосфери там – 10^{-9} кг/м³. Якщо площа поперечного перерізу 0.5 м², а коефіцієнт опору 2, оцініть силу опору повітря. Наскільки опуститься його орбіта за 10 обертів?

Розв'язок

На висоті 200 км швидкість руху супутника: $V = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus} + h}} = 7.78 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. (2 бали)

Сила опору повітря: $F = \frac{1}{2} C_D \rho A V^2 = 0.03 \text{ Н}$ (2 бали)

Під дією цієї сили супутник гальмується, і орбіта понижується (при цьому швидкість зростає, згідно законів небесної механіки, це так званий «парадокс супутника»).

Робота сил опору за $N = 10$ обертів супутника $P = 2\pi(R_{\oplus} + h)FN = 1.25 \cdot 10^7 \text{ Дж}$. (2 бали)

Зміну орбіти можна визначити з енергетичних міркувань $E_2 = E_1 - P$, (1 бал)

де енергія в початковий момент $E_1 = -\frac{GM_{\oplus}m}{2(R_{\oplus} + h_1)}$, енергія після 10 обертів: $E_2 = -\frac{GM_{\oplus}m}{2(R_{\oplus} + h_2)}$

Різниця висот $h_1 - h_2 = 27 \text{ км}$, на скільки опустилась орбіта супутника.

(3 бали)

2. Надточний експеримент (Зазубик Д.)

Для перевірки Загальної теорії відносності використали ефект Месбауера, який полягає у тому, щоб використати тверде тіло замість ізольованого атому, щоб зменшити енергію віддачі при випромінюванні фотона і отримати дуже вузьку лінію. Експеримент проводили Паунд і Ребка у лабораторії Гарвардського університету. Гамма квант з енергією 14.4 кеВ, випущений ⁵⁷Fe при переході на основний рівень, проходив вертикальну відстань $H = 22.5 \text{ м}$ у полі тяжіння Землі і резонансно поглинався тим же матеріалом.

З якою швидкістю та куди потрібно було рухати детектор, щоб відбулося резонансне поглинання? Джерело знаходиться над детектором.

Розв'язок

У Ньютонівському наближенні (точний розв'язок дає такий же результат) скористаємося законом збереження енергії при випромінюванні на висоті H та приходом на висоті близькій до 0.

$$-\frac{GM\tilde{m}}{R+H} + hv_0 = -\frac{GM\tilde{m}'}{R} + hv$$

$\tilde{m}$ – еквівалентна маса фотона з енергією hv_0 :

$$\tilde{m} = \frac{hv_0}{c^2}, \tilde{m}' = \frac{hv}{c^2}$$

$$-\frac{GM\tilde{m}}{R+H} + hv_0 = -\frac{GM\tilde{m}'}{R} + hv$$

$$-\frac{GM}{R+H} \frac{hv_0}{c^2} + hv_0 = -\frac{GMhv}{Rc^2} + hv$$

$$hv_0 \left(1 - \frac{GM}{c^2(R+H)}\right) = hv \left(1 - \frac{GM}{Rc^2}\right)$$

$$v = \frac{v_0 \left(1 - \frac{GM}{c^2(R+H)}\right)}{1 - \frac{GM}{Rc^2}} \approx v_0 \left(1 - \frac{GM}{c^2(R+H)} + \frac{GM}{c^2 R}\right) = v_0 \left(1 + \frac{HGM}{c^2(R(R+M))}\right) \approx v_0 \left(1 + \frac{HGM}{c^2 R^2}\right)$$

$$\approx v_0 \left(1 + \frac{gH}{c^2}\right) \Rightarrow \frac{v_0}{v} \approx 1 - \frac{gH}{c^2}$$

5 балів

З формули Допплера:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0}}{\frac{1}{v_0}} = \frac{v_0 - v}{v} = \frac{v}{c} \approx -\frac{gH}{c^2} \Rightarrow v \approx -\frac{gH}{c}$$

3 бали

$$v \approx -\frac{9.81 \frac{M}{c^2} \cdot 22.5M}{3 \cdot 10^8 \frac{M}{c}} \approx -7.36 \cdot 10^{-7} \frac{M}{c}$$

1 бал

Таким чином, отримуємо зсув у синю сторону. Щоб це компенсувати, потрібно забезпечити такий же червоний зсув, тобто детектор і джерело повинні віддалятися з відносною швидкістю $7.36 \cdot 10^{-7} \frac{M}{c}$.

1 бал

3. Спіймати Вегу (Грицай А.)

Однією з найпомітніших зір на земному небі є Вега. Наведемо деякий набір параметрів зорі:

$\alpha = 18^h 37^m$ – пряме піднесення;

$\delta = +38^\circ 47'$ – схилення;

$m_V = +0.03$ – видима зоряна величина;

$\lambda_{\max} = 305 \text{ нм}$ – максимум інтенсивності випромінювання;

$L = 47L_{\text{Сонця}}$ – світність;

$\mu_\alpha = 201 \text{ mas/рік}$ – власний рух за прямим піднесенням;

$\mu_\delta = 286 \text{ mas/рік}$ – власний рух за схиленням.

Використаємо Землю (припускаючи її сферичною) як небесний глобус, спроектувавши всі небесні тіла на її поверхню вздовж спрямованих у радіальному напрямку променів – відповідно до положення тіл у заданий момент часу (наприклад, 00:00:00 UT 1 січня 2000 р.).

А) Які лінійні розміри матиме зображення Веги на утвореному глобусі при буквальному виконанні описаної процедури? (Вега припускаємо сферичною, хоча в реальності це не зовсім так)

Б) Відобразимо на утвореному глобусі власний рух зір. Для цього зафіксуємо на ньому положення віддалених позагалактичних об'єктів (таким чином не підлаштовуючи вигляд глобуса під земні чинники на зразок обертання навколо осі, прецесії, нутації). На яку відстань (у метрах) і в якому напрямку зміститься зображення Веги на рік? Напрямок охарактеризуйте азимутотом відносно точки півночі, вказавши, чи проводите відлік кута на схід, чи на захід.

Розв'язок

А) Із центра Землі Вега і її зображення на “глобусі” видно під однаковим невеликим кутом:

$$\alpha = \frac{2R}{d} = \frac{x}{R_\oplus};$$

R – радіус Веги;

d – відстань від Землі до зорі;

x – діаметр зображення;

$R_\oplus$ – радіус Землі.

Звідси

$$x = \frac{2RR_\oplus}{d}. \text{ (1.5 бали)}$$

Радіус Веги знайдемо із світності Веги. Температуру визначимо із закону зміщення Віна:

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}}.$$

Чисельно

$$T = \frac{2.90 \cdot 10^{-3} K \cdot m}{3.05 \cdot 10^{-7} m} = 9.51 \cdot 10^3 K.$$

За законом Стефана – Больцмана:

$$L = 4\pi R^2 \cdot \sigma T^4.$$

Тому

$$R = \frac{1}{2T^2} \sqrt{\frac{L}{\pi\sigma}}.$$

Беремо до уваги світність Сонця:

$$R = \frac{1}{2 \cdot 9.51^2 \cdot 10^6 K^2} \sqrt{\frac{47 \cdot 3.83 \cdot 10^{26} \text{ Вт}}{3.142 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{m^2 \cdot K^4}}} = 1.76 \cdot 10^9 m. \text{ (2 бали)}$$

Знайдемо абсолютну зоряну величину Веги, порівнюючи з Сонцем:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 10^{\frac{2}{5}(M_{\odot} - M)};$$

$$M = M_{\odot} - 2.5 \lg \frac{L}{L_{\odot}}.$$

Не заданою в умові болометричною поправкою нехтуємо (Вега не належить до надто гарячих чи надто холодних зір). Тоді:

$$M = 4.83^m - 2.5 \lg 47 = 0.65^m. \text{ (1 бал)}$$

Тепер визначаємо відстань до Веги:

$$m = M - 5 + 5 \lg d \text{ чи}$$

$$d = 10^{\frac{m-M}{5}+1} = 10^{\frac{0.03-0.65}{5}+1} = 7.52 \text{ (пк)}. \text{ (1 бал)}$$

Для розмірів зображення на поверхні Землі:

$$x = \frac{2RR_{\oplus}}{d} = \frac{2 \cdot 1.76 \cdot 10^9 m \cdot 6.37 \cdot 10^6 m}{7.52 \cdot 3.09 \cdot 10^{16} m} = 9.6 \cdot 10^{-2} m = 9.6 \text{ см. (1 бал – число)}$$

Б) Власний рух становитиме

$$\mu = \sqrt{\mu_{\delta}^2 + \mu_{\alpha}^2 \cos^2 \delta}.$$

На основі наявних даних:

$$\mu = \sqrt{286^2 + 201^2 \cos^2 38^{\circ}47'} \text{ mas/рік} = 326 \text{ mas/рік. (1.5 бала)}$$

Швидкість руху зображення рівна:

$$v = R_{\oplus} \mu = 6.37 \cdot 10^6 m \cdot \frac{326 \cdot 10^{-3}}{2.06 \cdot 10^5 \text{ рік}} \frac{1}{\text{рік}} = 10 \frac{m}{\text{рік}}. \text{ (1 бал)}$$

Оскільки схилення і пряме піднесення зростають, то рух відбувається в напрямку між точками півночі й сходу. Для кута з напрямком на північ:

$$\lg A = \frac{201 \cos 38^{\circ}47'}{286} = 0.548;$$

$$A \approx 29^{\circ}. \text{ (1 бал)}$$

4. Зоряний двигун. (Білоус Олександра)

Астрофізики розглядають термодинамічний цикл шару газу в зоні часткової іонізації гелію у пульсуючій зорі – Цефеїді. У зонах часткової іонізації водню та гелію (які знаходяться під поверхнею зір) відбувається порушення класичних законів поведінки газу. Коли звичайний газ розширюється, він виконує роботу і стрімко охолоджується (адіабатичне охолодження). Однак у цих зонах вступає в дію ефект рекомбінації. Електрони, повертаючись до ядер атомів, вивільняють приховану енергію, яка "підігріває" газ зсередини. Як наслідок, температура газу падає значно повільніше. Цей газ залишається гарячим і створює надлишковий тиск, який штовхає оболонку зорі назовні, підтримуючи її пульсацію.

Температура при стисненні $T_1 = 40\,000\text{ К}$. При адіабатичному розширенні, об'єм збільшується на 30%. Розглянемо дві моделі для порівняння:

А) Ідеальний газ: іонізація відсутня, газ поводить як класичний ідеальний одноатомний газ з показником адіабаты $\gamma = 1.67$.

Б) Зона іонізації: рекомбінація іонів гелію підігріває газ, знижуючи ефективний показник адіабаты до $\gamma = 1.2$.

Для двох моделей обчисліть температуру газу після розширення та механічну роботу розширення, яку виконав 1 моль газу. Вважати, що газ підпорядковується рівнянню стану ідеального газу, а втрати енергії на іонізацію враховуються лише через зміну показника адіабаты γ .

Розв'язок

Для адіабатичного процесу зв'язок температури та об'єму:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} = \text{const};$$

$$T_2 = \frac{T_1 V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

Для випадку ідеального газу: $T_2 = 40\,000 \left(\frac{1}{1.3} \right)^{1.67-1} = 33\,545\text{ (К)}$

Для випадку іонізації: $T_2 = 40\,000 \left(\frac{1}{1.3} \right)^{1.2-1} = 37\,950\text{ (К)}$

Обчислимо роботу в адіабатичному процесі:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = \text{const};$$

$$P = \frac{C}{V^\gamma};$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{C}{V^\gamma} dV = C \frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{1}{1-\gamma} (C_2 V_2^{1-\gamma} - C_1 V_1^{1-\gamma});$$

$$C_1 = C_2 = P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = \text{const};$$

$$A = \frac{1}{1-\gamma} (P_2 V_2^\gamma V_2^{1-\gamma} - P_1 V_1^\gamma V_1^{1-\gamma}) = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-\gamma};$$

За рівнянням стану ідеального газу:

$$P_2 V_2 = \nu R T_2;$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1;$$

При $\nu = 1$:

$$A = \frac{R(T_2 - T_1)}{1-\gamma};$$

Інший варіант розв'язку: оскільки процес адіабатичний, то робота виконується за рахунок зміни внутрішньої енергії газу, тому:

$$A = \nu c_V (T_1 - T_2)$$

З формули Маєра: $c_p = c_V + R \Rightarrow \gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{c_V + R}{c_V} = 1 + \frac{R}{c_V} \Rightarrow c_V = \frac{R}{\gamma-1}$

Таким чином робота 1 моля ідеального газу:

$$A = \frac{R(T_1 - T_2)}{\gamma-1}$$

Що і збігається з формулою, отриманою вище.

Для випадку ідеального газу: $A = \frac{8.31 (33545 - 40000)}{1-1.67} = 80\,060\text{ (Дж)}$

Для випадку іонізації: $A = \frac{8.31 (37950 - 40000)}{1-1.2} = 85\,180\text{ (Дж)}$

Вивід температури - 3 бали

Правильне обчислення для температури - 1 бал

Вивід для роботи - 5 балів:

1 варіант: рівняння адіабаты для PV - 1 бал

інтеграл для A - 2 бали

фінальна формула для A - 2 бали

2 варіант: $A = U$ (формула для внутр. енергії) - 2 бали

формула Маєра - 1 бал

фінальна формула для A - 2 бали

Правильне обчислення для роботи - 1 бал

5. Сонце (Зазубик Д.)

22 вересня 2025 року студенти-астрономи за допомогою вертикального кола визначали горизонтальні координати Сонця у різні моменти часу. Оцініть:

А) максимальну та мінімальну висоти Сонця у цей день

Б) азимут Сонця, коли його висота максимальна

В) тривалість сонячного дня цієї доби.

Г) При вимірюваннях азимуту компасом, значення відрізнялося на величину близько 10° від теоретично передбаченого. Поясніть можливу причину такого відхилення.

У цій задачі азимут визначаєте від точки півдня у напрямку точки заходу. Широта місця спостереження $+50^\circ$.

Розв'язок

А) $\delta = 0^\circ$ у день осіннього рівнодення. **1 бал**

Отже, максимальна висота: $h_{max} = 90^\circ - |\varphi - \delta| = 90^\circ - \varphi = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ - висота верхньої кульмінації. **1 бал** Мінімальна висота – висота нижньої кульмінації:

$$h_{min} = \varphi + \delta - 90^\circ = 50^\circ - 90^\circ = -40^\circ \quad \text{1 бал}$$

Б) Зі сферичного трикутника:

$$\begin{aligned} \sin(\delta) &= \sin(\varphi) \sin(h) - \cos(\varphi) \cos(h) \cos(A) \\ \frac{\cos(h)}{\sin(\tau)} &= \frac{\cos(\varphi)}{\sin(A)} \end{aligned}$$

При максимальній висоті (верхній кульмінації) $\tau = 0 \Rightarrow A = 0, \pi$. При зростанні τ поблизу 0, $\sin(A)$ повинен зростати, отже $A = 0^\circ$. **2 бали**

В) Для тривалості доби:

$$\sin(h) = \sin(\varphi) \sin(\delta) + \cos(\varphi) \cos(\delta) \cos(\tau)$$

При сході та заході: $h = 0^\circ \Rightarrow \cos(\tau) = -\operatorname{tg}(\varphi) \operatorname{tg}(\delta) = 0 \Rightarrow \tau = \pm \frac{\pi}{2} = \pm 6^h$, отже між сходом та заходом минуло 12 годин. Це не враховує кутовий розмір Сонця та рефракцію. Її врахування дає:

$$h = -0.75^\circ \Rightarrow \cos(\tau) = -\operatorname{tg}(\varphi) \operatorname{tg}(\delta) + \frac{\sin(h)}{\cos(\varphi) \cos(\delta)} = -0.02 \Rightarrow \tau = \pm 6^h 4.6^m$$

Таким чином тривалість дня близько 12 год 10 хв. **1 бал за розв'язок без урахування висоти, 3 бали з урахуванням.**

Г) Причиною такого незбігу є відмінність магнітного та географічного полюсів. Це характеризується параметром магнітного схилення, яке на території Києва складає близько 8° , що якраз і відповідає отриманій різниці. **2 бали**

6. Квінтесенція (Кравченко Марина)

Епоха первинного нуклеосинтезу – критичний етап еволюції Всесвіту, під час якого сформувався хімічний склад баріонної речовини. Сучасні теорії припускають, що окрім випромінювання та матерії, на динаміку розширення вже тоді могло впливати гіпотетичне скалярне поле – квінтесенція, яке ми сьогодні ототожнюємо з темною енергією.

У період первинного нуклеосинтезу динаміка розширення Всесвіту повністю визначалася густиною енергії випромінювання, що зумовлювало залежності для масштабного фактора $a(t) \propto t^{1/2}$, параметра Габбла $H = \frac{1}{2t}$ та густини радіаційної складової $\rho_r = \rho_{r_0} \cdot \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-4}$.

Спробуємо для цього періоду ввести додаткове скалярне поле ϕ , густина енергії якого описується рівнянням:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2c^2} \dot{\phi}^2 + V(\phi)$$

де похідна по часу позначається як $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$.

Для опису еволюції скалярного поля використайте рівняння Клейна–Гордона:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + c^2 \frac{dV}{d\phi} = 0$$

Потенціал цього поля розглянемо у вигляді потенціалу Ратри–Піблза:

$$V(\phi) = \frac{M_{pl}^6 c^8}{\phi^2 \hbar^4}$$

Розв'язок цих рівнянь шукайте у вигляді $\phi(t) = At^b$. Приймаючи, що еволюція параметра Габбла визначається лише радіаційною складовою:

А) Знайдіть коефіцієнти A та b як функцію M_{pl} та інших фундаментальних констант.

Б) Знайдіть залежність $\rho_\phi(t)$.

В) Порівняйте спадання з часом функції $\rho_\phi(t)$ та $\rho_r(t)$.

Г) Визначити, чи зростає частка квінтесенції (відношення $\rho_\phi(t)$ до загальної густини енергії) з часом.

Розв'язок

А) Знайдемо доданок $\frac{dV}{d\phi}$ у рівнянні Клейна–Гордона з явного вигляду потенціалу:

$$\frac{dV}{d\phi} = \frac{d}{d\phi} \left(\frac{M_{pl}^6 c^8}{\phi^2 \hbar^4} \right) = -2 \frac{M_{pl}^6 c^8}{\phi^3 \hbar^4}$$

Підставимо залежність $\phi(t) = At^b$ у рівняння Клейна–Гордона:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - 2c^2 \frac{M_{pl}^6 c^8}{\phi^3 \hbar^4} = 0$$

$$Ab(b-1)t^{b-2} + 3HAbt^{b-1} - 2 \frac{M_{pl}^6 c^{10}}{A^3 \hbar^4} t^{-3b} = 0$$

Підставимо явний вигляд залежності $H(t) = \frac{1}{2t}$:

$$Ab(b-1)t^{b-2} + \frac{3}{2} Abt^{b-2} - 2 \frac{M_{pl}^6 c^{10}}{A^3 \hbar^4} t^{-3b} = 0$$

$$\left(Ab(b-1) + \frac{3}{2} Ab \right) t^{b-2} - 2 \frac{M_{pl}^6 c^{10}}{A^3 \hbar^4} t^{-3b} = 0$$

Для того, щоб тотожність виконувалася у довільний момент часу, показник степені біля t у всіх доданках повинен бути однаковий:

$$b-2 = -3b \Rightarrow 4b = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{A}{2} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) + \frac{3}{2} \frac{A}{2} \right) - 2 \frac{M_{pl}^6 c^{10}}{A^3 \hbar^4} = 0$$

$$\frac{A}{2} - 2 \frac{M_{pl}^6 c^{10}}{A^3 \hbar^4} = 0$$

$$A^4 = 4 \frac{M_{pl}^6 c^{10}}{\hbar^4} \Rightarrow A = \left(2 \frac{M_{pl}^3 c^5}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Б)

$$\phi(t) = \left(2 \frac{M_{pl}^3 c^5}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} t^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \dot{\phi} = \frac{1}{2} \left(2 \frac{M_{pl}^3 c^5}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} t^{-\frac{1}{2}}$$

$$V(\phi) = \frac{M_{pl}^6 c^8}{\phi^2 \hbar^4} = \frac{M_{pl}^6 c^8}{t \hbar^4} \frac{\hbar^2}{2c^5 M_{pl}^3} = \frac{M_{pl}^3 c^3}{2t \hbar^2}$$

$$\rho_\phi(t) = \frac{1}{2c^2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) = \frac{1}{2c^2} \frac{1}{2t} \frac{M_{pl}^3 c^5}{\hbar^2} + \frac{M_{pl}^3 c^3}{2t \hbar^2} = \frac{3}{4} \frac{M_{pl}^3 c^3}{t \hbar^2}$$

В) Знайдемо еволюцію $\rho_r(t)$:

$$a(t) \propto t^{1/2}, \quad \rho_r = \rho_{r_0} \cdot \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-4} \Rightarrow \rho_r(t) = \rho_{r_0} \cdot \left(\frac{t_0}{t} \right)^2$$

$\rho_r(t)$ спадає квадратично з часом, а $\rho_\phi(t)$ змінюється обернено пропорційно часу.

Г) Якщо вважати, що ці дві компоненти переважають інші, тоді:

$$\eta = \frac{\rho_{\phi}(t)}{\rho_{\phi}(t) + \rho_r(t)} = \frac{1}{\frac{\rho_r(t)}{\rho_{\phi}(t)} + 1}$$

$$\frac{\rho_r(t)}{\rho_{\phi}(t)} = \frac{C}{t}$$

$$\eta = \frac{1}{\frac{C}{t} + 1}$$

Оскільки знаменник з часом спадає, то чисельник, тобто частка квінтесенції з часом зростає.

Фізичні та астрономічні константи

Назва константи	Значення	Назва константи	Значення
Швидкість світла у вакуумі	$c = 299\,792\,458 \frac{\text{м}}{\text{с}}$	Відстань до центру Галактики	$r = 8 \text{ кпк}$
Стала Планка	$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$	Велика піввісь орбіти Юпітера	$a_{\text{Ю}} = 5.2 \text{ а. о.}$
Гравітаційна стала	$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$	Маса Юпітера	$M_{\text{Юпітера}} = 318 M_{\text{Землі}}$
Стала Габбла	$H = 70 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$	Маса протона	$m_p = 1.67262 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ K}^4}$	Маса електрона	$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Стала Віна	$b = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ К} \cdot \text{м}$	Елементарний заряд	$e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Світність Сонця	$L_{\odot} = 3.83 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$	Магнітна стала	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2}$
Маса Сонця	$M_{\odot} = 1.99 \cdot 10^{30} \text{ кг}$	Електрична стала	$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$
Радіус Сонця	$R_{\odot} = 6.96 \cdot 10^8 \text{ м}$	Маса Місяця	$M_{\text{Місяця}} = 7.35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Видима зоряна величина Сонця	$-26.74^{\text{м}}$	Велика піввісь орбіти Місяця	$384\,400 \text{ км}$
Абсолютна зоряна величина Сонця (болометрична)	$4.74^{\text{м}}$	Сидеричний період обертання Місяця	27.32 д
Болометрична поправка для Сонця	$-0.09^{\text{м}}$	Маса ядра ^{57}Fe	56.9354 а.о.м.
Маса Землі	$M_{\text{Землі}} = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ кг}$	1 а.о.м.	$1.66054 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Радіус Землі	$R_{\text{Землі}} = 6371 \text{ км}$	Томсонівський переріз розсіювання на електроні	$\sigma_e = 6.6525 \cdot 10^{-29} \text{ м}^2$